Questions de forme et de musique chez Andreas Speiser : entre romantisme et classicisme

Benoît Timmermans

Séminaire Mamuphi - Samedi 6 mai 2023

Institut de recherche et coordination acoustique/musique (Ircam)

Andreas Speiser est un auteur que j'ai découvert superficiellement il y a quelques années. Je le connaissais encore très mal quand j'ai terminé mon livre sur les origines romantiques de la pensée abstraite, qui aborde quelques éléments de l'histoire de la théorie des groupes sous l'angle des rapports de cette théorie avec d'autres sciences naturelles et, parfois, d'autres philosophies de la nature. C'est donc un peu *a posteriori* que j'ai remarqué que Speiser se tenait pour ainsi dire à côté, ou dans le voisinage de Hermann Weyl qui, lui, tient un grand rôle dans cette histoire à la fois pour son apport aux techniques de représentation de groupes de Lie et par son intérêt pour les philosophies de la nature et la philosophie en général. Moins connu, Speiser est néanmoins lui aussi spécialiste de la théorie des groupes, cette fois finis, passionné lui aussi de philosophie et de culture en général et, qui plus est, musicien et mélomane. Il est d'autant plus dommage ou étrange pour moi d'avoir « raté » cet auteur que mon projet personnel d'histoire partielle ou fragmentaire de la théorie des groupes était parti d'une intuition, à vrai dire peu confirmée par la suite, selon laquelle il y aurait un rapport entre les raisonnements de la théorie des groupes et la dialectique de Hegel. Or il se fait que l'un des derniers ouvrages écrits par Speiser, intitulé *Elements de philosophie et de mathématique. Introduction à la pensée des contenus* (*Elemente der Philosophie und der Mathematik. Eine Anleitung zum inhaltlichen Denken*) (1952) [L 5], qui a d'ailleurs surpris beaucoup de ses collègues mathématiciens, consiste en un redéploiement de la dialectique hégélienne, ou d'une dialectique apparentée à celle de Hegel.

Aujourd'hui, en marge de mon activité principale, j'essaie de prendre un peu de temps pour explorer cet auteur. C'est donc pour vous partager l'état de mes réflexions que je voudrais me poser avec vous cette question : que veut dire Speiser quand il écrit « La raison a un cœur que le cœur ne connaît pas » [TA 23, p.154] ? Cette phrase, que je n'ai pas choisie au hasard, résume d'après moi le fond de la pensée de Speiser. La première question qui peut venir à son propos est de se demander si cette affirmation a un rapport avec la théorie des groupes ? Par ailleurs, est-ce que la référence aux schèmes classique et romantique pourrait nous rendre l'affirmation plus sensible, plus accessible ? Est-ce que la musique joue ici un rôle ? Enfin, la proposition peut-elle être reliée au projet dialectique dont je parlais ? Voilà à peu près le plan que je me propose de suivre, mais je commencerai bien sûr par vous parler un peu de l'homme.

Andreas Speiser est un mathématicien suisse né à Bâle en 1885. Son père enseignait le droit commercial à l'Université de Bâle. Enfant et adolescent, il se distingue principalement par ses talents musicaux à la guitare et au piano. Il choisit finalement la voie des mathématiques qu'il étudie à l'Université de Bâle. S'ensuit une thèse de doctorat sur la combinaison des formes quadratiques binaires menée à l'Université de Göttingen sous la direction de Hermann Minkowski. Speiser la termine en 1909, c'est-à-dire l'année de la mort de

Minkowski. La thèse est finalement soutenue sous le patronage de David Hilbert. De 1910 à 1917, Speiser enseigne comme assistant aux universités de Strasbourg et de Karlsruhe. En 1917, il est nommé professeur de mathématiques théoriques à l'Université de Zurich où il restera jusqu'en 1928, puis il passe à l'Université de Bâle, où il terminera sa carrière en 1950. Speiser reste aujourd'hui un mathématicien reconnu qui a notamment laissé en théorie des groupes finis un théorème (1919) [TA 6] portant son nom et celui de Hilbert. Son nom est attaché aussi à un certain mode de représentation des surfaces de Riemann sous la forme de graphes appelés « graphes de Speiser » (1930, 1937) [TA 15, TA 24]. Un autre trait caractéristique d'Andreas Speiser est qu'il était passionné par l'histoire de sa discipline : éditeur, notamment, des œuvres de Leonhard Euler, mais aussi de travaux de Johann Heinrich Lambert. Enfin il était passionné par les liens entre sa discipline et la philosophie ou la culture en général. Il a publié des études notamment sur Platon (1942, 1945) [TA 32, TA 34, TA 49], Plotin (1937) [TA 23], Dante (1934) [TA 19], Goethe (1949) [TA 50], Fichte (1937, 1947) [L 6, TA 39a], ou encore « la façon de penser mathématique » (1932) [L 4], « la liberté » (1955) [L 7, p. 174-188], ou le « travail spirituel » (1955) [L 7, p. 1-16]. C'est dans ce cadre, sans doute, qu'il faut situer sa participation active au groupe interdisciplinaire ERANOS. Ce groupe fondé en 1933 autour de Carl Gustav Jung réfléchissait aux formes, types, archétypes partagés par diverses disciplines ou diverses formes de culture, religion, écriture. Dans ce groupe Speiser a cotoyé bien sûr Jung mais aussi l'historien des religions Mircea Eliade, l'orientaliste Henri Corbin, ou encore l'architecte Le Corbusier. Avec tout cela Speiser a aussi trouvé le temps d'être doyen de faculté à l'Université de Zurich puis à nouveau doyen et finalement recteur de l'Université de Bâle. Sa notice biographique[1] raconte qu'il donnait parfois ses conférences en les accompagnant au piano, ou encore qu'il a très tôt agrémenté ses exposés de projections d'images, ce qui était inhabituel à l'époque. De manière générale toute son œuvre montre son talent pour rendre sensibles ses recherches et réflexions mathématiques, parfois très élargies.

La phrase « La raison a un cœur que le cœur ne connaît pas » [TA 23, p.154], donnée en français, conclut un article paru pour la première fois en 1938 dans la publication annuelle du groupe Eranos, article intitulé *Der Erlösungsbegriff bei Plotin.* Alors en quoi consiste ce cœur ?

Le cœur de la raison, que Speiser appelle aussi la « loi générale du monde » (*allgemeines Weltgesetz*) [L 7, 150], repose très explicitement, d'après lui, sur la structure ou le concept de *groupe* mathématique. Pour expliquer de façon très succinte ce qu'est un *groupe*, le mieux ici est de reprendre simplement deux exemples qu'en donne Speiser [L 1, TA 40] : d'une part le groupe des mouvements dans l'espace, d'autre part le groupe de l'addition sur les nombres entiers, positifs et négatifs. Commençons par le groupe des mouvements dans l'*espace*.

De quel espace s'agit-il ? De l'espace euclidien à trois dimensions, celui que nous nous donnons intuitivement en général pour penser les formes ou les objets géométriques. Or dans cet espace, les mouvements forment un groupe parce que n'importe quel mouvement d'un corps rigide quelconque, composé avec n'importe quel autre mouvement du même corps,

[1] Johann Jakob Burckhardt, "Andreas Speiser (1885–1970)", in Schweizerischein Mathematische Gesellschaft/Société Mathématique Suisse/Swiss Mathematical Society 1910-2010, Bruno Colbois, Christine Riedtmann, Viktor Schroeder (eds.), European Mathematical Society Publishing House, 2010, p. 144.

constituera encore un mouvement du même type, appartenant toujours au même espace (c'est la propriété dite de clôture). N'importe quel mouvement peut être inversé, c'est-à-dire produire un résultat qui au final correspond à l'opération « identité » ou « immobilité », comme si l'objet n'avait pas bougé. Enfin la composition de trois mouvements peut aussi bien se faire en associant d'abord les deux premiers mouvements qu'en composant le premier mouvement avec les deux suivants déjà associés, c'est la propriété d'associativité.

Pour le dire plus concrètement, cette table que je vois devant moi peut être déplacée de toutes les façons possibles, en combinant les mouvements de toutes les façons possibles ; le fait que ces mouvements correspondent à une structure de groupe *implique* que la table restera elle-même, identique, par-delà les mouvements, les transformations, qu'on lui aura imposées. Speiser va loin dans l'affirmation des conséquences de cette implication : « Partout où nous prenons possession d'un monde indépendant de nous, il nous faut appliquer des concepts qui ont le caractère d'un groupe », écrit-il en 1948 [TA 40, p. 475]. Autre façon d'exprimer cela : cette table que je vois devant moi, quelles que soient les positions sous lesquelles je l'envisage, peut toujours être identifiée à elle-même, c'est-à-dire rapportée aux autres images que j'ai d'elle, moyennant des opérations de symétrie (de réflexion autour d'un plan, de rotation autour d'un point, ou de révolution autour d'un axe).

Tout cela peut paraître assez trivial. Oui, les mouvements que j'imprime à un objet ne modifient pas, en général, cet objet. Oui, le fait de me mouvoir autour de lui ne le modifie pas non plus. Mais le fait d'avoir mis en évidence que cela tient à la structure de groupe de ces mouvements, c'est-à-dire aux propriétés évoquées plus haut (clôture, inversibilité, existence de l'opération identité et associativité), laisse entrevoir que même avec des groupes d'opérations ou de transformations plus complexes (ou alors avec des groupes tout aussi simples que ceux dont je viens de parler, mais s'appliquant à des espaces ou des ensembles qui eux seraient plus complexes), on va pouvoir faire émerger, faire ressortir certaines choses, certaines relations, parfois très abstraites, qui, comme cet objet, ne varieront pas, resteront identiques à elles-mêmes, et qu'on pourra à ce titre appeler *lois*.

C'est un peu ce que dit Speiser quand il écrit en 1955: «Aucun homme ne voit cette table telle qu'elle est véritablement, mais toujours sous un angle seulement partiel, relatif à son point de vue. Mais la table elle-même se présente continûment comme un objet constant, sous différents points de vue. Elle est un invariant, une constante » [L 7, 149], qui ne nous apparaît que sous certaines conditions mathématiques. Or « les mathématiques peuvent constituer de telles conditions a priori, et de là est née la théorie de la relativité, que vous connaissez tous sous ce nom bien qu'il s'agisse en réalité d'une théorie des invariants. Toutes ces approches appartiennent de la même façon au domaine de la théorie des groupes, qui s'avère ainsi être une loi du monde [*Weltgesetz*] » [L 7, 149].

Tel est donc le premier pan, le premier volet de la conception de Speiser –et je dois dire que, pour intéressant qu'il soit, il ne lui est pas spécifique. C'est une conception des groupes et de leur importance qui, à l'époque et encore aujourd'hui, est largement répandue. L'originalité de Speiser à ce stade est peut-être qu'il étend son raisonnement à de multiples champs : pas seulement les lois scientifiques mais aussi les arts, notamment la musique, et, peut-être aussi, à certains aspects de la nature et de la ou des philosophies.

Cette extension des champs est parfaitement visible et acceptée dans ses travaux mathématiques. Témoin le plus fameux, son livre sur la *théorie des groupes d'ordre fini*, (*Die theorie der Gruppen von endlicher Ordnung mit Anwendungen auf algebraische Zahlen und Gleichungen sowie auf die Kristallographie*) [L 1], publié pour la première fois en 1923, réédité et augmenté cinq fois de son vivant jusqu'en 1956. Speiser y développe non seulement les liens de la théorie des groupes à la cristallographie mais évoque aussi, en introduction, les régularités des motifs ornementaux de l'Eglise Sainte Sophie à Istanbul, du portail de la basilique Saint-Ambroise à Milan, diverses symétries qu'on peut rencontrer dans les compositions musicales, les polyèdres du Timée de Platon, formant ainsi « la plus belle introduction à la théorie des groupes » d'après Bartel van der Waerden (1950)[2]. Cet intérêt pour les applications artistiques de la théorie des groupes oriente aussi ses propres recherches. En 1928 il voyage en Egypte pour y étudier la structure géométriques de diverses ornementations. De la fin des années 1930 à 1943 il dirige la thèse d'Edith Muëller, sur les structures de groupe dans les ornementations de l'Alhambra. Edith Muëller, forte de sa formation de mathématicienne, deviendra astrophysicienne spécialisée dans l'étude spectrométrique des étoiles.

Les groupes ont donc quelque chose de fondamental et unifiant par les régularités qu'ils contribuent à mettre en évidence non seulement en sciences mais aussi dans les arts, et Speiser a contribué à valoriser cela. Mais —et j'en arrive ici à un aspect peut-être plus controversé— ouvrons un deuxième volet de la pensée de Speiser, le deuxième exemple aussi, proposé par lui pour illustrer la notion de groupe. Venons-en au groupe de l'addition sur l'ensemble des nombres entiers, positifs et négatifs.

On vérifie facilement qu'il s'agit bien d'une structure de groupe. N'importe quel nombre entier additionné à n'importe quel autre entier, est encore un entier. N'importe quel nombre, disons 3, possède un inverse, -3 qui, si on l'additionne au premier, donne l'élément neutre pour l'addition, c'est-à-dire zéro. Enfin l'addition de trois nombres peut aussi bien se faire en additionnant d'abord les deux premiers qu'en additionnant le premier aux deux suivants déjà additionnés. L'addition est donc associative. Jusque là rien de neuf. Mais Speiser remarque qu'il y a pourtant une différence entre l'espace, dans lequel opère le groupe des mouvements, et l'ensemble des nombres entiers, positifs et négatifs, dans lequel opère le groupe de l'addition. Dans l'espace, les points se valent tous, sont tous équivalents. Dans les nombres, ce n'est pas le cas. L'espace infini, écrit Speiser en 1941, est le lieu où « chaque point est équivalent à tout autre », où chaque point peut devenir « centre de symétrie rotatoire » [TA 33, L 7, p. 21]. En ce sens l'espace est bien « la plus belle chose que les mathématiques aient inventée jusqu'ici, le cristal le plus parfait » [TA 33, L 7, p. 21], ou encore « une sphère dont le centre est partout et la circonférence nulle part » [TA 40, p. 475]. Bref, dans l'espace euclidien tous les points se valent, on peut trouver des symétries partout. En arithmétique, en revanche, les nombres ne se valent pas. Il y a certains nombres qui peuvent devenir plus facilement que d'autres centres de symétries. 3+4 et 3-4 ne donnent pas le même résultat. Mais 3+0 et 3-0, si. Autrement dit, le nombre 0 est, pour le groupe de l'addition, un nombre privilégié, centre de symétrie puisqu'il fixe, laisse invariants tous les autres nombres avec lesquels on l'additionne. Soit dit en passant, du point de vue strictement mathématique, la distinction que Speiser introduit ici entre les points d'un espace et les nombres d'un ensemble ne tient plus vraiment lorsqu'on envisage les transformations qu'on peut opérer sur les uns comme sur les autres : dans le groupe des mouvements dans l'espace *aussi* il y a

---

[2] D'après Johann Jakob Burckhardt, "Andreas Speiser (1885–1970)", *op. cit.*, p. 134.

des mouvements ou des groupes de mouvements qui sont plus distingués que d'autres, c'est-à-dire plus stables, plus invariants. Pour prendre le plus trivial d'entre eux on a vu tout à l'heure qu'il y a tout simplement le mouvement « identité », ou « immobilité », qui s'apparente au zéro pour l'addition, ou au 1 pour la multiplication. Mais je propose de laisser pour le moment cette objection de côté et d'observer là où Speiser veut nous emmener. Speiser tient fermement à la distinction entre groupe d'espace et groupe de nombres, à tel point qu'il y projette, qu'il y rattache une bonne partie de sa conception du monde et une bonne partie des tensions, contrastes, oppositions qu'on rencontre classiquement en philosophie, comme les tensions entre l'intérieur et l'extérieur, entre le sujet et l'objet, entre la vie et la mort. Quelques citations pour illustrer cela : Comme l'espace rend toutes les choses équivalentes, il « ne révèle que les objets morts » [TA 33, L 7, p. 21], tandis que les nombres, en tant qu'ils fixent une échelle, une gradation, ou des unités aux choses, « nous rendent celles-ci utilisables… par eux nous lions le temps en le rapportant à une échelle, par eux nous évaluons les marchandises en les rapportant à un équivalent qu'on appelle l'argent » [TA 33, L 7, p. 21], par eux nous pouvons même projeter notre propre unité pour mesurer les choses, à commencer par notre Moi, qui nous permet de dire que ce qu'est un homme vis-à-vis de moi, moi je le suis vis-à-vis du monde extérieur [TA 40, p. 476]. Ainsi, tandis que « l'espace transfère les objets », « les nombres transfèrent les sujets » [TA 35, L 7, p. 81]. Le groupe de l'espace « révèle les objets morts, le groupe des nombres les vivifie » [TA 40, p. 476-477].

Kurt Gödel, dans une lettre de juillet 1962 à Paul Bernays commentant le livre *Elements de philosophie et de mathématiques* paru en 1952, explique que ce contraste entre espace et nombres ou géométrie et arithmétique, étendu à d'autres champs non mathématiques, est pour lui « incompréhensible »[3]. Ce qui ne l'empêche pas d'exprimer son admiration pour d'autres passages du livre sur lesquels je reviendrai. Plus précisément, le passage des *Eléments de philosophie et de mathématiques* que Gödel juge incompréhensible est le suivant : « Le problème le plus ancien et le plus obscur de [la] science, que l'on appelle souvent le problème pythagoricien, concerne le fossé entre l'espace et le nombre. Ce fossé est-il profond ou peut-il être exploré avec les outils mathématiques actuels ? La réponse que nous donne la méthode est qu'il s'étend jusqu'au sommet de la philosophie, et juste aussi loin que la différence entre le sujet et l'objet. » [L 5, p. 20-21].

Peut-on aller au-delà de l'incompréhension bien naturelle de Gödel et découvrir un peu plus ce *cœur de la raison* que le cœur ne connaît pas ? Une première idée pour aller dans cette direction est de voir si, dans les travaux mathématiques de Speiser, ne se trouvent pas quelques clarifications ou indices du fossé entre espace et nombres. Dans l'introduction à la deuxième édition (1927) de sa *Théorie des groupes finis*, Speiser en appelle à Weyl pour un discret plaidoyer en faveur du fini et du discret face à l'infini et au continu : « je voudrais citer *H. Weyl* (Handbuch der Philosophie, Abteilung Il, Beitrag A, p. 59, Munich et Berlin 1926) : "Ce fut une chance pour les mathématiques que le problème de la relativité ait d'abord été posé non pas sur un espace de points continu, mais sur un système constitué d'un nombre fini d'objets discrets, à savoir le système des racines d'une équation algébrique (avec des coefficients de nombres rationnels) *(*théorie de Galois); cela a beaucoup profité à l'acuité des développements conceptuels. . . . . La théorie abstraite des groupes est égale-

[3] K. Gödel, *Collected works*, *vol. IV, Correspondence A-G*, S. Feferman and J.W. Dawson (eds), Oxford University Press, 2003, p. 63.

ment issue de cette problématique" » [L 1, p. 10]. Weyl, on le sait, travaillait à l'époque sur la représentation des groupes de Lie semi-simples complexes, tandis que Speiser s'était spécialisé dans la représentation des groupes finis. Mais en convoquant ici Weyl, Speiser semble laisser de côté le contraste entre groupes finis et groupes continus pour souligner, semble-t-il, le contraste entre ce qu'on pourrait appeler la régularité morne de *tous* les groupes, et les moyens de se représenter *des* groupes par des représentations irréductibles dont les caractères —finis et en nombre fini— nous donneront notamment le nombre —fini— de dimensions ou paramètres indépendants nécessaires pour décrire ou représenter le groupe, mais aussi certains de ses sous-groupes invariants. De ce point de vue, la théorie de la représentation des groupes a bien quelque chose à faire avec l'arithmétique. Autre indice, dans la préface à la première édition (1923) de la même *Théorie des groupes finis*, Speiser déclare : « Dans ses parties élémentaires, la théorie des groupes se compose d'une série de méthodes et de notions qui ne sont peut-être pas toujours reliées entre elles de façon tout à fait organique (…).Ce n'est qu'avec la théorie des groupes de substitution que commence une théorie systématique de grande envergure qui, comme nous tenterons de le montrer à la fin, est encore loin d'être épuisée. Elle se résume en fait à un traitement de la *théorie des nombres*, dont la terminologie (produit, multiplication, etc.) apparaît dès le début. (…) A côté de divers théorèmes algébriques et *numériques*, c'est la cristallographie qui entre en ligne de compte. Celle-ci possède en effet, par rapport à tous les autres cas de réussite de la description mathématique de la nature, l'avantage de la plus grande simplicité conceptuelle et de la plus stricte précision *arithmétique*. » [L 1, *Vorwort zur ersten Auflage*].

A ce stade je n'ai pas trouvé d'autres passages du corpus mathématique qui étaie explicitement le contraste entre espace et nombres qui semble jouer un rôle si important jusqu'au sommet de la philosophie. De sorte qu'on est sans doute en droit de se demander si Speiser, quand il élargit ainsi les enjeux de ce contraste, n'est pas simplement en train de plaquer par-dessus les mathématiques des images : vie-mort, intérieur-extérieur, sujet-objet, fini-infini, qui seraient tout à fait superflues, sans rapport avec le contenu de la théorie des groupes. Ou bien, si l'on continue de parier sur le fait que, pour lui, tout cela participe d'une façon de penser qui éclaire le travail mathématique et la vision du monde qui y est associée, on peut examiner si le recours aux schèmes classique et romantique apporte quelque secours.

Le schème classique va nous faire avancer, je l'espère, d'un pas, et le schème romantique d'un autre pas différent du premier. Avant cela je voudrais rappeler ou plutôt clarifier ce vers quoi nous allons. Il s'agit de déblayer le terrain pour mieux comprendre sinon le contenu, au moins l'ambition de ces *Eléments de philosophie et de mathématiques. Introduction à une pensée des contenus* publiés en 1952. Dans l'introduction à ces Eléments, Speiser déclare que les mathématiques, parmi toutes les disciplines, sont celle qui a le plus besoin de philosophie. Mais que faut-il entendre par philosophie ? « Par philosophie, nous entendons la science qui cherche des formules ou des idées —car les deux sont la même chose— et par le mot "éléments" de la philosophie, nous désignons les outils qui sont indispensables pour équiper cette entreprise. » [L 1, p. 9-10]. Nous sommes donc à la recherche d'*outils* (Speiser parlera d'opérateurs) d'invention ou de découverte de nouvelles formules ou idées. Du moins est-ce vers cette entreprise que nous nous dirigeons.

Un premier trait classique facilement identifiable dans l'œuvre de Speiser est son intérêt pour les symétries, le retour de formes identiques ou analogues. En musique classique par exemple, « Les formes utilisées (…) —en laissant de côté le contrepoint— ne sont pas nombreuses. La plus importante est ce que Lorenz [allusion à Alfred Lorenz, *Das Geheimnis der Form bei Richard Wagner,* Berlin, Max Hesse, 1924-1933] appelle, selon l'ancienne terminologie, une barre. (…) La barre la plus simple se caractérise à peu près par les nombres de mesures : 2, 2 ; 4. Souvent, le chant de fin est lui-même une barre de la moitié de la taille de l'ensemble. Le schéma devient alors 2, 2 ; 1, 1 ; 2 Enfin, le dernier envoi (Abgesang) —l'envoi dans l'envoi— peut être lui-même une barre. On a alors les mesures 2, 2 ; 1, 1 ; 1/2, 1/2 ; 1 (…) [ce] schéma de barre se trouve chez Bach dans les Sarabandes » [L 4, p. 26]. Speiser évoque aussi « une curiosité musicale, un giuoco harmonico composé par Haydn. Un jeu similaire a également été publié par Mozart. Celui de Haydn a été reproduit dans le *Musikalische Gartenlaube*, IIIe volume, 1870. Je dois sa connaissance à Monsieur G. Polya. Il se compose de 11 fois 16 mesures, à partir desquelles on doit composer des menuets de seize mesures. Pour chaque mesure il y a onze exemplaires, et le jeu se déroule de la manière suivante : on choisit pour chaque mesure l'un des spécimens en lançant deux dés. Il s'avère qu'à chaque fois, on obtient un joli morceau de musique. Le nombre de ces derniers est, comme on le calcule facilement, de 45 949 729 863 572161. Si on les écrivait l'un après l'autre sur une bande, la lumière mettrait une année entière pour aller d'un bout à l'autre. On voit donc que l'effet musical ne provient pas d'un seul motif, puisqu'on peut le remplacer par l'un des dix autres sans en modifier le degré de beauté. » [L 4, p. 34]. Sur la diapositive vous pouvez voir une capture d'écran tirée d'internet où l'on voit que l'éditeur de la chaîne Youtube ComposingMusic.net a programmé un logiciel permettant de réaliser ce type de combinaisons, appliquées ici au jeu de dés dit « de Mozart ». (https://www.youtube.com/watch?v=MyKMLn7K6zU&t=20s)

Tout ceci conduit Speiser à conclure que, « de même qu'il existe une métaphysique pour l'équation algébrique, le groupe, dont la connaissance révèle le cœur de l'équation, il existe également une métaphysique pour l'œuvre d'art, à savoir un contenu de symétrie, dont la connaissance permet de composer autant de belles pièces qu'on veut, et la découverte de telles configurations est la véritable performance artistique. » [L 4, p. 35] En musique, « l'extraordinaire précision que l'artiste et l'auditeur mettent en œuvre à cet égard est l'une des preuves les plus évidentes de la structure mathématique de l'esprit humain. » [L 4, p. 30]. Dans un autre texte, consacré cette fois à la vision du monde de Dante (1932), Speiser explique que « les symétries géométriques sont les véritables puissances formatrices, et s'imposent également à la sphère éthique. C'est pourquoi cette science [l'éthique] fait partie de la pensée mathématique, au même titre que l'ornementation et la musique, et elle en est même la partie la plus élevée et la plus normative » [L 4, p. 36]. Speiser identifie donc, dans les arts comme en mathématiques, une *exigence* d'équilibre, d'harmonie, de symétrie, qui, en tant qu'exigence, appartient au monde de l'éthique, mais qui, dans sa nature ou son contenu, est en fait héritée des mathématiques.

Soit, dira-t-on, mais quel rapport avec la tension entre espace et nombre, et la primauté des nombres qui en découle ? Pour en rester à des moyens classiques d'explication, il me semble qu'un des traits frappants de l'argumentation de Speiser consiste à insister régulièrement sur un double mouvement. D'une part, l'émancipation vis-à-vis des particularités ou variations sensibles, d'autre part, le retour ou l'élévation à la simplicité et l'unité d'un concept abstrait. Chez Speiser ce mouvement est nettement associé à ce qu'il appelle lui-même le passage du concept de groupoïde au concept de groupe. Ce passage est aussi évoqué par Jules Vuillemin au §30 de sa *Philosophie de l'algèbre* (1962), qui cite d'ailleurs Speiser à cette occasion[4]. Le groupoïde est ici pris au sens de Brandt[5], c'est-à-dire comme une structure comprenant toutes les propriétés du groupe sauf celle de fermeture, l'opération agissant sur l'ensemble n'étant pas définie pour toute paire d'éléments de cet ensemble. Par exemple, des segments orientés mais fixes dans l'espace ne peuvent se composer pour former un polygone que si l'extrémité d'un segment coïncide avec l'origine de l'autre; si tel n'est pas le cas, l'opération de composition polygonale n'est pas applicable. La notion d'opération dépend donc ici de la disposition des éléments auxquels elle s'applique, elle est en quelque sorte restreinte par cet assujettissement, dépend de particularités sensibles ou mesurables comme la position dans l'espace de l'extrémité du segment orienté. Le groupe, en revanche, s'affranchit de ces restrictions puisque l'opération y est toujours possible, quel que soit le résultat de la précédente opération. Par là, le groupe nous invite à penser l'opération dans son abstraction, détachée des éléments auxquels elle s'applique, mais capable en même temps de déterminer ce que nous pourrons en connaître, comme le montre la théorie de Galois[6]. Ce raisonnement est bien celui tenu par Speiser au début de son traité. La notion de groupoïde y est empruntée à Heinrich Brandt, qui était l'un des élèves de Speiser à Strasbourg entre 1910 et 1913. Mais Speiser ne se limite pas à l'exemple du passage ou de l'élévation du segment fixe et orienté dans l'espace au vecteur transposable dans l'espace et combinable avec n'importe quel autre vecteur. Il décrit aussi le passage du mouvement d'une chose particulière, vers le temps que prend ce mouvement, le passage du diapason, la note de référence par rapport à laquelle se construit la mélodie, vers l'intervalle entre les notes. Ou encore, le passage du parcours de dénombrement, partant de 1, passant à 2 puis 3, etc., définissant ainsi un nombre ordinal ou « nombrant », vers un nombre cardinal ou nombré : « ici aussi, quelque chose se détache d'une telle transition, par exemple 3-8, qui n'est pas lié aux deux limites 3 et 8, à savoir la "différence" entre les deux nombres. Cette différence peut être attachée à n'importe quel nombre et fournit toujours un autre nombre déterminé, ainsi 3-8 est la même différence que 2-7 et que 0-5. En marquant ce dernier type de représentation, à savoir l'attachement au zéro, nous désignons la différence comme le nombre 5, et nous appelons ce nouveau concept de nombre le nombre compté, ou nombre cardinal. Les nombres comptés peuvent maintenant être additionnés. Bien sûr, ils ne forment pas encore un groupe, il faut encore procéder à une extension aux nombres entiers négatifs. » [L 1, p. 5].

Je ne perds pas de vue notre problème initial qui est de comprendre pourquoi l'arithmétique, dans ce cadre, ou les « groupes de nombre » pour parler comme Speiser, auraient une forme de primauté, une plus grande profondeur que les « groupes d'espace ». Mais nous ne sommes pour le moment que dans un moment ou un pas « classique », qui ne nous dit pas tout. A ce stade on peut sans doute retenir de ce moment qu'il semble nous élever vers une abstraction, un groupe abstrait, qui est aussi d'après Speiser une *unité* dont il souligne l'importance par de belles images tout en s'écartant —déjà— d'une conception

[4] J. Vuillemin, *La philosophie de l'algèbre*, Presses Universitaires de France, 1962, p. 259 et suiv. La citation de Speiser, donnée sans référence, renvoie à [L 1, p. 6].
[5] H. Brandt, "Ueber eine Verallgemeinerung des Gruppenbegriffs", *Mathematische Annalen,* Band 96, 1926, p. 360-366. Voir aussi [TA 12].
[6] J. Vuillemin, *La philosophie de l'algèbre, op. cit.,* p. 288.

‘bornée’ ou ‘simpliste’ du classicisme consistant à le réduire à l’amour des symétries. « Peut-être la bonne œuvre d’art est-elle caractérisée par une propriété minimale : c’est la pièce la plus simple possible compte tenu du complexe de symétrie qu’elle contient » [L 4, p. 35]. « Une seule et même entité mathématique resplendit dans d'innombrables individualisations, de même que la force unique de la pesanteur fait bouger l'eau dans les rivières, roule les pierres sur la montagne et fait tourner les planètes dans leurs orbites. » [L 4, p. 85].

Unité et *simplicité* renvoient peut-être aux premiers composants d’une arithmétique élémentaire, mais il faut convenir que ce premier pas classique est finalement hésitant, ou peu clair. Glissons donc avec Speiser vers le pas romantique.

« je voudrais répéter que la découverte des symétries ne concerne que le déchiffrage de l'œuvre d'art. L'équivalent de la lecture d'un traité de mathématiques serait la compréhension des détails dans les preuves. Mais les symétries ne sont pas le but ultime de l'œuvre d'art, pas plus que les théorèmes et les preuves ne constituent le véritable contenu d'un traité de mathématiques. C'est plutôt l'ensemble de la structure elle-même qui nous est présentée sous une forme divisée, mais que nous devons saisir comme une unité » [L 4, p. 122].

« Selon le même schéma, les objets d'art deviennent beaux en adoptant des symétries, mais la beauté elle-même ne consiste pas en symétries. Les doctrines mathématiques sont constituées d'une suite de théorèmes, mais la structure mathématique est une unité non décomposée en théorèmes. » [L 4, p. 42].

De manière générale, Speiser cite très peu les romantiques au sens strict du terme. En revanche il s’intéresse beaucoup aux travaux naturalistes de Goethe, à sa théorie des couleurs, à ses études sur la métamorphose des plantes et des animaux, dans lesquelles il pointe à chaque fois la mise en évidence de formes, de motifs, dont les propriétés de symétrie se transmettent partiellement d’un être à l’autre. Goethe, on le sait, ne se déclarait pas ouvertement romantique ; en revanche un point par lequel il se rattache clairement au mouvement romantique est sa volonté de distinguer les choses tout en les reliant : « unterscheiden und verbinden », ce qui fait écho à la phrase de Novalis, qui recommandait quant à lui de « relier sans confondre », d’unifier différents domaines de la réalité que nous avons tendance à séparer, à opposer, mais sans les uniformiser, sans les rendre équivalents. Speiser cite à deux reprises cette formule de Goethe « distinguer et relier », c’est pourquoi on peut se demander si son travail de découverte et de repérage des formes mathématiques, de même que ses réflexions sur les types et archétypes dans le cadre du groupe Eranos ne s’inscrivent pas *dans la lignée* des recherches de Goethe et de certains romantiques sur la possibilité de *relier* les choses *sans les confondre*.

Un premier trait romantique de la pensée de Speiser est que l’abstraction dont il est question chez lui ne saurait, en aucune manière, être détachée, isolée du sensible. Le premier soutien de cette thèse est Euler. Speiser cite ce passage des *Lettres à une Princesse d'Allemagne* publiées en 1768 : « On compare communément notre âme à un homme enfermé dans une pièce obscure où il voit les images des objets extérieurs à la pièce projetées sur le mur (…). Un homme qui se trouve dans une pièce obscure soupçonnera certainement l'existence de ces objets, et s'il n'en doute pas, la raison en sera qu'il a été hors de la pièce et qu'il y a vu les objets eux-mêmes (…). Mais l'âme n'est pas dans ce cas, car elle n'a jamais été hors de son siège pour contempler les objets eux-mêmes ; et elle connaît encore moins la structure des instruments sensoriels et les nerfs qui convergent vers le cerveau. En dépit de cela, elle est encore plus convaincue de l'existence réelle des objets qu'elle pense hors d'elle que ne le sera jamais l'homme dans la chambre obscure. Je ne crains pas d'objection à cela, car la chose est claire par elle-même, bien que nous ne puissions pas en donner la vraie raison ... J'en conclus que cette conviction doit être liée d'une manière essentielle à nos sensations elles-mêmes, et que les vérités que nos sens nous découvrent sont aussi fondées et aussi certaines que les vérités géométriques les plus certaines... » [L 5, p. 29-30]. Il y a donc une intime liaison entre les processus de pensée les plus abstraits, et nos sensations. Speiser, pour établir cela, s'appuie aussi sur Plotin chez qui l'abstraction ne consiste pas, comme chez Aristote, à « ôter ou retrancher pour ne garder que le meilleur » [L 7, p. 90], mais à *demeurer* dans la chose *simplifiée*, pour découvrir *en elle* une force antérieure à soi, et qui n'exclut pas la part sensible. L'âme, pour se délivrer, doit certes s'élever de la diversité sensible vers l'unité, mais « sans ascèse » [L 7, p. 90], car ce qu'il y a de précieux dans l'abstraction, c'est précisément qu'elle éclaire *autrement* le monde sensible.

Ceci nous conduit à un deuxième trait romantique chez Speiser : ce qui est engendré n'est pas inférieur, mais au contraire plus excellent que ce qui engendre. Cette idée est présente, remarque Speiser, non pas immédiatement chez Plotin, mais de façon plus visible chez Goethe, qui a lui-même traduit le passage classique de la 5ème Ennéade, livre 8, qu'il a intégré à ses *Maximes et réflexions.* « Mais il ne tire plus les autres conséquences de Plotin, à savoir que la nature et les œuvres d'art sont par principe d'une nature inférieure à l'image originelle que l'artiste a dans l'esprit. "Une forme spirituelle n'est nullement abrégée lorsqu'elle se manifeste en apparence, à condition que sa manifestation soit une véritable génération, une véritable reproduction. Ce qui est engendré n'est pas inférieur à ce qui engendre, c'est même l'avantage de l'engendrement que ce qui est engendré puisse être plus excellent que ce qui engendre". Au fond, cette appréciation du beau monde sensible est tout à fait dans l'esprit de Plotin, qui a vigoureusement combattu le mépris du monde des gnostiques et qui trouve à cette occasion des mots magnifiques sur la nature. » [L 4, p. 79-80].

A ce stade on peut se demander à nouveau quel est le rapport entre espace et nombre dans tout cela. Je dois prévenir que Speiser est en train de nous emmener vers quelque chose de plus étrange ou subtil ou vaste que cette tension-là. Le lien se fait peut-être par le fait que les nombres, ou le fait de compter, obéissent à une *loi d'engendrement* qu'on peut retrouver dans les choses les plus concrètes, les plus immédiates, mais qui concerne aussi ces formes sensibles particulières que sont la *parole*, et les *formules,* sur lesquelles le mathématicien s'appuie pour progresser dans sa pensée.

« Dans le monde des contes des Mille et Une Nuits, l'un des plus beaux moments est sans doute celui où le capitaine des quarante voleurs se présente devant une paroi rocheuse et crie: "Sésame, ouvre-toi ". Une porte jusqu'alors cachée devient visible et s'ouvre aussitôt. C'est le pouvoir de la parole, du logos. Ce pouvoir est aujourd'hui remplacé par la formule, qui produit des miracles similaires. » [L 5, p. 9].

« Souvent on entend la notion de formule comme quelque chose de mort, parce qu'on pense que seul est vivant ce qui est senti, éprouvé directement. Mais la formule, loin de contredire le sentiment, en est le complément nécessaire. Ce que nous sentons et éprouvons ne laisserait souvent aucune trace, si la formule ne lui donnait un contenu durable. Sans formule, sans calcul, le vent emporte tout. » [L 5, p. 23]

« Les formules sont les ailes de l'imagination, sans elles on n'avance pas, mais on tourne en rond autour de quelques maximes que l'on utilise inconsciemment. » [L 5, p. 7, avant propos].

Les formules, comme la parole, ont donc encore cette vertu « classique » de nous aider à avancer en clarifiant, précisant, distinguant ce que l'on veut dire ou penser. Mais elles permettent aussi de relier, qui est sans doute une activité plus romantique. Speiser explique comment peut se tisser ce lien en s'intéressant, dans une étude de 1932, à la théorie des couleurs de Goethe.

« Tout d'abord, les phénomènes de couleurs sont traités séparément [par Goethe] comme physiologiques, physiques et chimiques. Mais en même temps, elles sont représentées dans une série continue » [L 4, p. 81], et c'est là que commence l'opposition à Newton : « La doctrine de Newton, dans son développement, a conduit à l'élargissement du spectre, aux rayons infrarouges et ultraviolets, et le fait que notre œil perçoive comme couleur précisément une octave déterminée de l'échelle n'a pour elle [la doctrine de Newton] qu'une signification accidentelle. Les lois les plus importantes, à savoir les séries dans les spectres de lignes, ne se soucient pas des limites imposées à l'œil. Elles ne peuvent pas être utilisées pour une théorie des couleurs qui se fonde sur la vision, sur le sujet. » [L 4, p. 84]. Au contraire, « Goethe part du monde visible, et ici les deux extrémités du spectre, le rouge extrême et le violet extrême, se rejoignent de manière continue, elles ne sont pas séparées d'une octave, la transition peut être démontrée par l'expérience comme étant continue. Les couleurs forment un cercle, pas un parcours. La théorie des couleurs de Goethe n'est pas une physique, ni une science naturelle, mais une description des forces de l'âme » [L 4, p. 85]. Le fait que l'humain capte ce cercle des couleurs comme il le capte n'est pas accidentel : « il suit la loi générale platonicienne selon laquelle la ligne droite appartient au matériel, le cercle au spirituel, ce dont il est longuement question dans le commentaire de Proclus sur les Eléments d'Euclide » [L 4, p. 50].

« Et maintenant, je crains que mes explications ne soient considérées comme gnostiques, mystiques, kabbalistiques. » [L 5, p. 95]. On peut ici comprendre Speiser. Nous allons en effet entrer maintenant dans ce qui a déjà été annoncé, l'exploration d'opérateurs de découverte, ou une dialectique des mathématiques, des arts et de la philosophie.

Les *Eléments de philosophie et de mathématiques*, dont j'ai déjà lu plusieurs passages, se divisent en deux parties. Une introduction appelée *Prélude*, et un développement appelé *Fugue.* Le prélude est relativement facile à lire car il mobilise beaucoup d'images sensibles. La fugue est plus technique et abstraite, écrite dans un style « pas plus clair que celui de Hegel », dira Gödel. Dans le prélude Speiser prévient que ses explications, loin d'être gnostiques ou mystiques, « sont au contraire sobres et réalistes » [L 5, p. 95]. Les enjeux sont vastes et concrets, le ton est grave, presque solennel :

« La représentation habituelle de la dialectique de Hegel consiste en des triades continues, donc à une seule voix. Mais en réalité, il s'agit d'une phrase polyphonique, et il faut toujours savoir où se trouvent les différentes voix. Établir des triades est un jeu assez enfantin, qui serait inoffensif s'il s'agissait de simples formules formelles. Mais les formules dialectiques sont des forces irrésistibles, plus puissantes que les forces naturelles, les armées, les flottes et les bombes, parce qu'elles emprisonnent l'esprit. On ne peut se défendre contre elles qu'en les reconnaissant, et c'est justement à cela que sert la philosophie. Celui qui ne voit donc dans ce qui suit que des futilités formelles, n'a pas compris le danger et l'utilité de la dialectique. Décrire des formules n'a guère de sens, il faut s'en imprégner et s'y exercer, précisément comme lorsqu'on doit mettre la main sur les études du *Gradus ad Parnassuni*. Mais à quoi cela sert-il ? Eh bien, on sera capable de jouer les sonates de Beethoven, les fugues de Bach, les concertos de Mozart, et un tout nouveau monde de musique s'ouvrira en nous. (…) A ce stade, les mathématiques habituelles sont dépassées, car dans celles-ci l'objet reste toujours l'objet d'un sujet inconnu, à savoir le mathématicien. Celui-ci est toujours supposé inconsciemment. Mais dans notre science, on ne peut finalement plus rien présupposer, mais tout doit être rassemblé ; ce que nous faisons nous-mêmes et ce que nous disons ou mettons dans l'opérateur doit être la même chose. Nous arriverons ainsi à un système clos en soi, et c'est là que nous nous arrêterons. » [L 5, p. 36-38].

Le système que propose Speiser dans sa fugue est constitué d'un enchaînement polyphonique non pas de triades mais d'heptades, c'est-à-dire de mouvements faits de sept étapes. La triade hégélienne est ici redoublée par trois nouvelles étapes développant la « synthèse » avec, successivement, un accent mis d'abord sur la première étape, puis sur la deuxième, puis sur la confrontation des deux dernières étapes, et enfin la réalisation de l'ensemble du mouvement. Ce qui donne : 1. L'être (*Das sein [Thesis])*, 2. Le rien (*Das nichts [Antithesis]*), 3. Le devenir (*Das werden [Synthesis]*), 4. La venue à l'existence (*Das Entstehen [Synthesis mit dem Akzent auf dem Sein]*), 5. La disparition (*Das Vergehen [Synthesis mit dem Akzent auf dem Nichts]*), 6. La contradiction et la lutte entre 4 et 5 (*Der Widerspruch und Kampf zwischen 4 und 5*), 7. l'existence (*Das Dasein*) [L 5, p. 34].

Il me semble que l'enjeu général de cette succession de figures ou moments est *l'incorporation du sujet* à la pensée (éventuellement mathématique) des *objets*. Cette incorporation s'opère, me semble-t-il, en deux temps ou en un double mouvement, déjà repérable dans des études antérieures de Speiser. Ainsi le premier mouvement apparaît dans la lecture que fait Speiser du commentaire par Proclus des *Eléments* d'Euclide. La pensée humaine y est définie comme une *force de projection de formes* mathématiques :

« Ainsi, les entités mathématiques sont des créations de l'âme, mais les lois de ces entités mathématiques, qui composent l'âme, ne leur viennent pas du sensible, mais celui-ci est plutôt projeté par celles-là (…). Pour Proclus, la vraie psychologie est donc mathématique, la nature de l'âme est caractérisée par les mathématiques. Elle n'est pas passive comme le suppose la psychologie actuelle, et tout au plus capable d'assimiler les impressions qui lui viennent de l'extérieur, mais elle est une force active qui projette ses formes dans le monde confus des sens, un peu comme l'homme pénètre dans une région désertique et y construit des chemins, des routes, des maisons, cultive le sol et le rend ainsi fertile. » [L 4, p. 61]

De la même façon, en musique, « supposons que nous écoutions ou jouions un morceau de musique que nous ne connaissons pas encore et qui nous offre quelque chose de vraiment nouveau. La première fois que nous l'entendons, il ne nous dit rien, mais nous le réentendons et le répétons après un certain temps. Une partie nous saute alors aux yeux, elle s'installe dans notre mémoire et nous poursuit peut-être de manière agaçante. Inconsciemment, le morceau travaille en nous, et lorsque nous l'entendons à nouveau après un certain temps, il est devenu riche en émotions et rejoint le reste du trésor de la musique qui nous est familière. Mais avec ce morceau s'ouvre aussi automatiquement notre capacité à apprécier les compositions apparentées. Tout dépend donc de l'accès à l'œuvre d'art qui s'ouvre à nous quelque part et de la patience que nous mettons à la reproduire. Il est possible d'aider ce processus de matérialisation sans faire appel à la raison, et il est intéressant de voir comment cela se fait. Le procédé, appelé herméneutique, consiste en une étrange substitution par laquelle l'œuvre d'art est transposée dans d'autres processus émotionnels que nous connaissons depuis longtemps. » [L 4, p. 24-25]

Le second mouvement caractérisant l'incorporation du sujet dans l'objet me semble être — simplement — la *rencontre*. Cette rencontre est ici conçue comme un opérateur de *découverte*, s'effectuant en *sept temps*, et permettant aussi l'opération inverse, mais tout aussi heuristique, de *décomposition*. Au début du prélude de ses *Eléments* Speiser en propose une version sensible tirée de Goethe :

« . Goethe aussi a parfois utilisé un nombre de sept étapes, peut-être sous l'impulsion de Fichte. Dans sa lettre du 31 août 1803 à son amie adolescente Silvie von Ziegesar, il écrit à propos de l'amitié : "Pour les étapes, je fais les propositions suivantes : l. visite, 2. connaissance, 3. habitude, 4. penchant, 5. passion, 6.... 7. amitié. NB. Le n° 6 reste un inconnu et une inconnue que chacun doit chercher et créer lui-même". Dans cette lettre, l'inconnue signifie sans doute *renoncement*. Cette mystérieuse sixième étape est aussi, dans notre opérateur, le point le plus sensible. » [L 5, p. 16]

A la fin du même prélude, Speiser revient sur le thème en proposant apparemment une nouvelle version sensible de la rencontre heptadique. Toutefois il nous réserve une surprise en y associant une esquisse de formalisme :

« Il faut s'exercer à tout cela, comme le pianiste en herbe doit s'entraîner à jouer les notes do, ré, mi, fa, sol. Pour l'instant il ne faut rien penser, car d'où pourrait-on tirer cette pensée? Que celui qui a besoin d'un aide-mémoire ne le prenne pas dans les explications confuses de Hegel, qui ont causé tant de gaspillage de papier. [Disons plutôt] quelque chose comme : 1. il. 2. elle. 3. ils se rencontrent. 4. il l'aime. 5. elle l'aime. 6. le tourbillon (d'après *La Fantaisie* de Schiller *à Laura).* 7. le mariage.

C'est la structure de cette figure :

$$A \leftrightarrow B$$

« On commence par *A* et *B,* qui se font face brusquement. Ensuite, ils sont reliés, ce qui peut être rendu par le mot "et". Dans cette liaison, on attache à *A* une flèche pointant vers *B*, puis on en place une autre pointant de *B* vers *A*. Enfin, les deux flèches opposées sont réunies en une double flèche qui relie et sépare *A* et *B* de manière symétrique. Les deux flèches *A* et *B,* qui ne se touchent pas à l'origine, sont finalement alignées l'une sur l'autre.
La démarche de l'opérateur est synthétique, car il commence par deux choses séparées et les relie. Mais il va de soi que le chemin inverse doit aussi souvent être emprunté, précisé-

ment durant la recherche, car celle-ci s'étend le plus souvent à des objets liés, des objets qui doivent d'abord être décomposés en leurs éléments constitutifs, selon la règle : "Pour te trouver dans l'infini, il faut distinguer et relier" » [L 5, p. 34-35].

Gödel, dans sa lettre à Bernays, parle du « formalisme précis » qui lui a, en particulier, fait trouvé très belle l'introduction aux *Eléments de philosophie et de mathématique*. Comme ce passage est l'un des rares de l'introduction où Speiser recourt à des lettres et des signes pour exprimer sa pensée, je me demande s'il ne s'agit pas de ce formalisme-ci. Peut-être Gödel pense-t-il aussi aux quelques lignes qui précèdent, résumant la dialectique en sept étapes décrite plus haut en relations entre l'être (*Das Sein*) et le néant (*Das Nichts*) mettant l'accent (‘) tantôt sur l'un, tantôt sur l'autre :

1.S, 2.N, 3.SN, 4.S'N, 5.SN', 6.S'N-SN', 7.D [L 5, p. 34]

Je laisse la question ouverte et termine par cette dernière citation de Speiser datant de 1955:

« Tout ce que je vous ai dit appartient aujourd'hui à la science établie… On peut considérer cela sous l'aspect du progrès, se réjouir de ce qu'il nous a apporté, et à quoi certainement nous ne voudrions plus renoncer. Le confort, auquel nous sommes maintenant habitués,… les trains, les voitures, la médecine, en sont les résultats. Mais nous ne devons pas oublier que le progrès est toujours aussi un abandon de certains domaines. A ce sujet, le groupe Eranos propose une nouvelle attitude… Prenons par exemple le monde du rêve. Parce qu'il n'appartient ni à l'espace, ni à la logique, il est considéré de nos jours comme sans valeur… Mais c'est la méthode de Goethe qu'il faut appliquer : distinguer et relier. En considérant attentivement la diversités des modifications, on découvre alors que des types se répètent constamment, et que sous les formes les plus différentes se dessine une hiérarchie. Or précisément, nous avons trouvé des métamorphoses semblables avec la notion de groupe, issue de la similitude entre les choses : nous les avons reconnues dans l'art, dans la nature, dans les cristaux, et en tant que loi générale du monde… Nos vieux modes de pensée ne sont pas de simples événements temporels, sinon comment pourrions-nous déclarer que nous les comprenons encore aujourd'hui, après tant de temps écoulé… Ils appartiennent bien plutôt, comme les formes mathématiques, au même monde de l'esprit » [L 7, p. 150].

Bibliographie d'Andreas Speiser
extraite de :

Johann Jakob Burckhardt, "Andreas Speiser (1885–1970)" (version adaptée et complétée par Adolf Th. Schnyder de l'article paru dans le supplément n° 16 (1980) de la revue Elemente der Mathematik, intitulé Die Mathematik an der Universität Zürich 1916-1950 unter den Professoren R. Fueter, A. Speiser, P. Finsler), in Schweizerischein Mathematische Gesellschaft/Société Mathématique Suisse/Swiss Mathematical Society 1910-2010, Bruno Colbois, Christine Riedtmann, Viktor Schroeder (eds.), European Mathematical Society Publishing House, 2010, p. 146-151.

Thèse et Articles [TA]

[1] Die Theorie der binären quadratischen Formen mit Koeffizienten und Unbestimmten in einem beliebigen Zahlkörper. Dissertation, Göttingen 1909. Druck der Dietrichschen Universitäts-Buchdruckerei, 34 Seiten.
[2] Über die Komposition der binären quadratischen Formen. In Festschrift Heinrich Weber, B. G. Teubner, Leipzig und Berlin 1912, 375–395.
[3] Zur Theorie der Substitutionsgruppen. Math. Ann. 75 (1914), 443–448.
[4] Gruppendeterminante und Körperdiskriminante. Math. Ann. 77 (1916), 546–562.
[4a] L'équation du cinquième degré. Enseign. Math. 19 (1917), 331–332.Andreas Speiser (1885–1970) 147
[5] Die Zerlegungsgruppe. J. Reine Angew. Math. 149 (1919), 174–188.
[6] Zahlentheoretische Sätze aus der Gruppentheorie. Math. Z. 5 (1919), 1–6.
[7] Über geodätische Linien auf einem konvexen Körper. Vierteljahresschr. Naturforsch. Ges. Zürich 66 (1921), 28–38.
[7a] Sur les lignes géodésiques sur les surfaces convexes. Enseign. Math. 20 (1919), 443.
[8] Die Zerlegung von Primzahlen in algebraischen Zahlkörpern. Trans. Amer. Math. Soc. 23 (1922), 173–178.
[8a] Sur la décomposition des nombres premiers dans des corps algébriques. Enseign. Math. 22 (1922), 63.
[9] Allgemeine Zahlentheorie. Vierteljahresschr. Naturforsch. Ges. Zürich 71 (1926), 8–48.
[10] Musik und Mathematik. Sonderdruck aus der Festschrift für Paul Speiser. Basler Druck- & Verlagsanstalt, Basel 1926, 9 Seiten.
[11] Naturphilosophische Untersuchungen von Euler und Riemann, J. Reine Angew. Math. 157 (1927), 105–114.
[12] Über Gruppen und Gruppoide. Verh. Schweiz. Naturforsch. Ges. Basel 1927 (1927), 11. Teil, 85–86.
[12a] Sur les groupes et groupoides. Enseign. Math. 26 (1926), 317–318.
[13] Probleme der Gruppentheorie. In Atti del Congresso Internazionale dei Matematici, Bologna, 3–10 settembre 1928, Vol. 2, Bologna 1930, 79–80.
[14] Probleme aus dem Gebiet der ganzen transzendenten Funktionen. Comment. Math. Helv. 1 (1929), 289–312.
[15] Über Riemannsche Flächen. Comment. Math. Helv. 2 (1930), 284–292.
[16] Über beschränkte automorphe Funktionen. Comment. Math. Helv. 4 (1932), 172–182.

[17] Über die Minima Hermitescher Formen. J. Reine Angew. Math. 167 (1931), 88–97.
[18] Independente Theorie gewisser Funktionenklassen. In Verhandl. des Internat. Mathematiker-Kongresses Zürich 1932, Band II, Orell Füssli, Zürich 1932, 47.
[19] Der Naturforscher Dante. In Deutsches Dante-Jahrbuch, 16. Bd./Neue Folge 7. Bd., Verlag Herm. Böhlaus Nachf., Weimar 1934, 130–131.
[20] Geometrisches zur Riemannschen Zetafunktion. Math. Ann. 110 (1934), 514–521.
[21] Leonhard Euler und die Deutsche Philosophie. Aulavortrag, 22. Februar 1934. Orell-Füssli-Verlag, Zürich, 16 Seiten.
[22] Zahlentheorie in rationalen Algebren. Comment. Math. Helv. 8 (1935/36), 391–406.148 J. J. Burckhardt [Bemerkung des Herausgebers: Folgende Nummern sind abgedruckt im Buch Die geistige Arbeit, die Zahlen in Klammern geben die Kapitel an: 23 (6), 32 (3), 33 (2), 34 (4), 35 (5), 36 (7), 38a (10), 39a (11), 42a (12).]
[23] Der Erlösungsbegriff bei Plotin. In Gestaltung der Erlösungsidee in Ost und West, Bd. II, Eranos Jahrbuch 1937, Bd. V, Rhein-Verlag, Zürich 1938, 137–154.
[24] Riemannsche Flächen vom hyperbolischen Typus. Comment. Math. Helv. 10 (1937/38), 232–242.
[25] Leonhard Euler. In Grosse Schweizer, Atlantis Verlag, Zürich 1938, 278–283.
[26] Die Basler Mathematiker. 117. Neujahrsblatt, hrsg. von d. Gesellschaft zur Beförderung des Guten und Gemeinnützigen, Helbing & Lichtenhahn, Basel 1939.
[27] Leonhard Euler. In Grosse Schweizer Forscher, Atlantis Verlag, Zürich 1939, 117–118.
[28] Die Funktionalgleichung der Dirichletschen L-Funktionen. Monatsh. Math. Phys. 48 (1939), 240–244.
[29] Topologische Fragen der Himmelsmechanik. In Festschrift Rudolf Fueter, Beibl. z. Vierteljahresschr. Naturforsch. Ges. Zürich 85 (1940), Nr. 32, 204–213.
[30] Der Anteil der Schweiz an der Entwicklung der Mathematik. In Die Schweiz und die Forschung, Bd. 1, Verlag des Guide Pratique, Wabern-Bern und Freiburg 1941, 70–77. Radiovortrag vom 17. Mai 1940.
[31] Gruppen aus der Klassenkörpertheorie. J. Reine Angew. Math. 182 (1940), 178–179.
[32] Die Platonische Lehre vom unbekannten Gott und die christliche Trinität. In Trinität, christliche Symbolik und Gnosis, Eranos Jahrbuch 1940/41, Bd. VIII, Rhein-Verlag, Zürich 1942, 11–29.
[33] Die räumliche Deutung der Aussenwelt. In Verh. Schweiz. Naturforsch. Ges., H. R. Sauerländer & Cie, Aarau 1941, 38–51.
[34] Platons Ideenlehre und die Mathematik. In Jahrbuch der Schweiz. Philos. Ges. 2, Verlag für Recht und Gesellschaft, Basel 1942, 123–140.
[35] Wissenschaft und Glaube. In Schriften der Mlle Marie Gretler-Stiftung Zürich, Heft 1, E. Rentsch Verlag, Erlenbach-Zürich 1944, 29–46.
[36] Die mathematische Betrachtung der Kunst. In Concinnitas, Benno Schwabe & Co., Basel 1944, 215–231.
[37] Über symmetrische analytische Funktionen. Comment. Math. Helv. 16 (1943/44), 105–114.
[38] Problemi attuali della teoria dei gruppi astratti. In Atti del Convegno matematico, tenuto in Roma dall'8 al 12 novembre 1942, Tipografia del Senato del dott. G. Bardi, Roma 1945, 85–90.Andreas Speiser (1885–1970) 149
[38a] Geist und Mathematik. In Der Geist Eranos Jahrbuch 1945, Bd. XIII, RheinVerlag, Zürich 1946, 95–110.

[39] Einteilung der sämtlichen Werke Leonhard Eulers. Comment. Math. Helv. 20 (1947), 288–318.
[39a] Die Grundlagen der Mathematik von Plato bis Fichte. In Geist und Natur Eranos Jahrbuch 1946, Bd. XIV, Rhein-Verlag, Zürich 1947, 11–38.
[40] La notion de Groupe et les Arts. In Les grands courants de la pensée mathématique, Hrsg. F. Le Lionnais. Cahiers du Sud, Paris 1948, 475–479.
[41] Sulle superficie Riemanniane. Rend. Sem. Mat. Fis. Milano 18 (1948), 91–92.
[42] Il gruppo metrico dei colori. Ann. Mat. Pura Appl. (4) 28 (1949), 231–236.
[42a] Über die Freiheit. Rektoratsrede in Basel, 24. Nov. 1950, Basler Universitätsreden 28, Helbing & Lichtenhahn, Basel 1950.
[43] Rudolf Fueter † 9. August 1950, Ansprache. Elem. Math. 5 (1950), 98–99.
[44] Neue Proportionen für die Kunst. Les Cahiers techn. de l'Art, Strasbourg 1957, 46–47.
[45] Oltre la spera. In Deutsches Dante-Jahrbuch, Bd. 36/37, Verlag Herm. Böhlaus Nachf., Weimar 1958, 52–65.
[Zu 46.: Der Herausgeber erlaubt sich, Burckhardts Darstellung durch eine ausführlichere zu ersetzen.]
[46] Übersicht über Speisers Beiträge in der Euler-Edition: I, 5 (1944) Commentationes arithmeticae, vol. 4; Herausgeber: R. Fueter, A. Speiser: Vorwort der Redaktion: VII, Vorwort des Herausgebers: VIII–XXXVII, A. Speiser: Übersicht über die Zahlentheorie in Eulers Algebra, XXXVIII–XLIV. I, 9 (1945) Introductio in analysin infinitorum, Tomus secundus; A. Speiser: Vorwort zu Teil 1 (in I, 8): VII–XIX, A. Speiser: Herausgeber und Verfasser folgender Vorworte:• Zu Teil 2 (in I, 9): XX–XXXI, • Appendix de superficiebus, XXXII, • Übersicht über I, 10 : Institutiones calculi differentialis: XXXIII–L. I, 16/2 (1935) Com. analyticae ad theoriam serierum infinitorum pertinentes; Herausgeber: C. Boehm, Übersicht von C. Boehm, jedoch von A. Speiser: Abschnitt VII: unendliche Produkte und Kettenbrüche, XCVII–CV.150 J. J. Burckhardt I, 24 (1952) Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, …; Herausgeber: C. Carathéodory, Vorwort von A. Speiser: VII, Einführung des Herausgebers VIII–LXIII. I, 25 (1952) Com. analyticae ad calculum variationum pertinentes; Herausgeber: C. Carathéodory, Vorwort von A. Speiser: VII–XXVI. I, 26 bis I 29 Commentationes geometricae; Herausgeber: A. Speiser, I, 26 (1953) Vorwort von A. Speiser: VII, Einleitung von A. Speiser: VIII–XXXVI, I, 27 (1954) Einleitung von A. Speiser: VII–XLVI , I, 28 (1955) Einleitung von A. Speiser: VII–XLIV, I, 29 (1956) Einleitung von A. Speiser: VII–XLII, enthält die 3. Sektion der Institutiones calculi differentialis. III 1 (1926) Com. physicae ad physicam generalem ad theoriam soni pertinentes; Herausgeber: E. Bernoulli, R. Bernoulli, F. Rudio, A. Speiser. III 6 (1962) Commentationes opticae 2; Herausgeber: E. Cherbuliez, A. Speiser, Einführung: A. Speiser: VII–XXVIII. III 7 (1964) Commentationes opticae 3; Herausgeber: A. Speiser, Einleitung: W. Habicht: IX–XXVII. III 11 (1960) Lettres à une princesse d'Allemagne 1; Herausgeber: A. Speiser, Übersicht über III, 11 und III, 12 von A. Speiser; Lettres 1 und 2: VII–XXXIII, Rettung der göttlichen Offenbarung: XXXIV–XLIII (10 Seiten, inkl. Eulers Lehre von Raum und Zeit: XXXIX–XLIII), Martin Vogel: Die Musikschriften von Leonhard Euler: XLIV–LX. III 12 (1960) Lettres à une princesse d'Allemagne 2 und Rettung der göttlichen Offenbarung; Herausgeber: A. Speiser, Vorrede: VII–XI, Nachwort: XII–XVII.
[47] Herausgeber von: Johann Heinrich Lambert, Mathematische Werke, 2 Bde., Orell Füssli, Zürich 1946 u. 1948, Vorreden, pp. IX–XXXI bzw. IX–XXIX.

[48] Mathematik und Wirtschaft. In Wissenschaft und Wirtschaft, Aufsatzreihe hrsg. von der Direktion der Schweizer Mustermesse Basel, Helbing & Lichtenhahn, Basel 1943.
[49] Platos Ideenlehre. In Studien zum Problem des Archetypischen, Festgabe für C. G. Jung zum 70. Geburtstag, 26. Juli 1945, Eranos Jahrbuch 1945, Bd. XII, Rhein-Verlag, Zürich 1945, 21–51.
[50] Einführung in Goethes Schriften zur Farbenlehre. In J. W. Goethe, Gedenkausgabe der Werke, Briefe und Gespräche, Bd. 16, Naturwissenschaftliche Schriften: erster Teil, Artemis Verlag, Zürich 1949.
[51a] Über Tonleitern. Radiovortrag zur Fünfhundertjahr-Feier der Universität Basel 1960. Auf Tonträger (CD).
[51b] Nachschrift des Radiovortrags, besorgt von A. Schnyder.
[52] Ton und Zahl. In Der Mensch im Spannungsfeld der Ordnungen, Eranos Jahrbuch 1961, Band XXX, Rhein-Verlag 1962, 126–142.
[53] Un ornamento non euclideo. Ann. Mat. Pura Appl. (4) 54 (1961), 227–229.]

Livres [L]

[1] Die Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung, mit Anwendungen auf algebraische Zahlen und Gleichungen sowie auf die Kristallographie. Grundlehren Math. Wiss. 5, Springer-Verlag, Berlin 1923, 2. Aufl. 1927, 3. Aufl. 1937 (Nachdruck 3. Aufl. bei Dover Publ., New York 1945); 4. Aufl., Birkhäuser, Basel 1956.10
[2] Klassische Stücke der Mathematik. Orell Füssli, Zürich 1925.
[3] Kapitel XIII: Idealtheorie in rationalen Algebren. In L. E. Dickson, Algebren und ihre Zahlentheorie. Aus dem Englischen übersetzt von J. J. Burckhardt und E. Schubarth. Orell Füssli, Zürich 1927.
[4] Die mathematische Denkweise. Rascher Verlag, Zürich 1932; 2. Aufl. u. 3. Aufl. bei Birkhäuser, Basel 1945 u. 1952.
[5] Elemente der Philosophie und der Mathematik. Eine Anleitung zum inhaltlichen Denken. Birkhäuser, Basel 1952.
[6] Ein Parmenideskommentar, Studien zur Platonischen Dialektik. K. F. Koehler Verl., Leipzig 1937; 2. erw. Aufl. Koehler, Stuttgart 1959.
[7] Die geistige Arbeit. Birkhäuser, Basel 1955. Ein Verzeichnis von Gelegenheitsartikeln ist veröffentlicht in: J. O. Fleckenstein und B. L. van der Waerden, Zum Gedenken an Andreas Speiser, Elem. Math. 26 (1971), 97–102.